

# Chapitre 6 : GEOMETRIE DANS L'ESPACE

## A - RECOMMANDATIONS

### I. INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le cube, le parallélépipède rectangle, le cylindre droit, le prisme droit sont des objets géométriques relativement familiers aux élèves. Ici leur étude est essentiellement basée sur :

- La manipulation et la représentation des objets
- L'interprétation de ces représentations
- Les calculs d'aires et de volume

Il est plus que souhaitable de commencer par des activités de manipulation, d'observation, de dénombrement d'éléments constitutifs. Elles permettent de décrire les objets, de familiariser les élèves avec le vocabulaire spécifique de l'espace.

Cubes, pavés et cylindres ont été vus en sixième, en début de cinquième, il est bon de vérifier que les compétences concernant ces objets (voir guide de 6e) sont bien acquises.

### II. REMARQUES À PROPOS DU MATÉRIEL DIDACTIQUE

Durant toutes les séquences de cours sur ce thème, il est essentiel que le professeur et les élèves aient constamment à leur disposition un modèle de cube, un prisme à base triangulaire, un "squelette" de cube et idéalement un "squelette" de prisme à base triangulaire. Ces deux squelettes peuvent être fabriqués à l'aide de morceau de fer à béton (6 mm de diamètre, les plus "fins") soudés.

Le professeur devrait aussi pouvoir disposer d'une planche sur laquelle seraient représentés en perspective cavalière les solides étudiés en sixième et en cinquième.

Pour fabriquer ce matériel didactique, tant celui du professeur que celui des élèves, une collaboration étroite avec le professeur d'art plastique est plus que souhaitable.

### III. COMPÉTENCES EXIGIBLES

Représenter un prisme droit et reconnaître sa représentation plane.

Lire et interpréter la représentation plane et le patron d'un prisme droit.

Connaître le vocabulaire relatif au prisme droit et l'utiliser pour le décrire.

Reconnaître un patron d'un prisme droit.

Construire le patron d'un prisme droit dont la base est un polygone.

Décrire des plans ou des droites parallèles et perpendiculaires à partir d'un prisme droit.

Calculer le volume d'un prisme droit et l'aire de la surface latérale.

### IV. PRÉREQUIS

Le cours de géométrie dans l'espace de sixième.

Éventuellement les échelles (cf. le chapitre proportionnalité).

## B - COURS

### I. CONSOLIDATION DES PRÉREQUIS

Faire fabriquer les maquettes des solides vus en sixième (cube, pavé droit, cylindre droit).

À partir des maquettes, s'assurer que les élèves maîtrisent suffisamment le vocabulaire : sommet, arête, face.

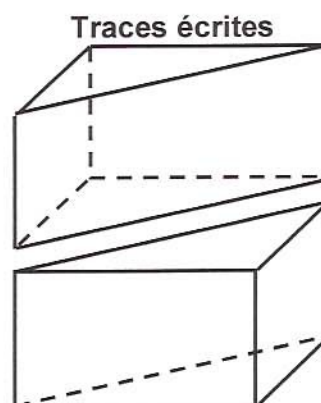
### II. OBSERVATION ET DESCRIPTION DU PRISME DROIT

ACTIVITÉS PRÉPARATOIRES	TRACE ÉCRITE
<p><b>Activité 1:</b> <i>Découverte du prisme droit à partir du pavé droit.</i></p> <p>Un gros savon a la forme d'un pavé droit. En coupant ce savon suivant une diagonale d'une face, on obtient deux solides de même nature. Ce sont deux prismes droits. On les pose sur la face triangulaire. Faire observer le prisme droit</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) Combien ce prisme droit a-t-il de faces ?</li><li>2) Combien ce prisme droit a-t-il de faces latérales ?</li><li>3) Précise la nature de ses faces latérales.</li><li>4) Combien ce prisme droit a-t-il d'arêtes ?</li><li>5) Combien ce prisme droit a-t-il de sommets ?</li></ol>	<p><b>Vocabulaire</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Dans un prisme droit les faces latérales sont des rectangles</li><li>• Les deux autres faces sont des polygones superposables appelés bases.</li><li>• Le pavé droit est un prisme droit dont les bases sont des rectangles.</li><li>• Le cube est un prisme droit dont toutes les faces sont des carrés superposables</li></ul>

### III. REPRÉSENTATIONS D'UN PRISME DROIT

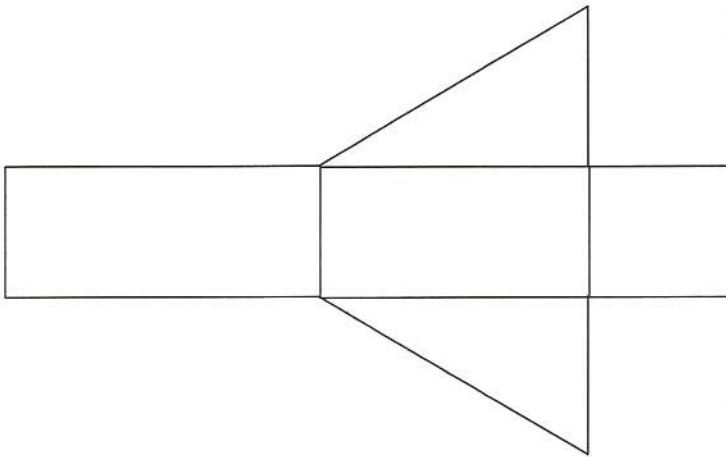
#### Activité 2

Voir fiches méthodes ci-après.

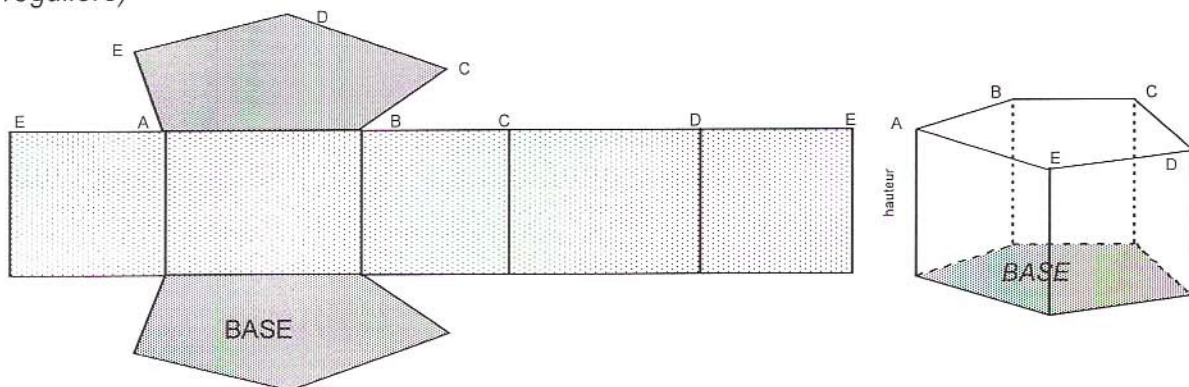


Prismes droits à bases triangulaires.

#### IV PATRON D'UN PRISME DROIT

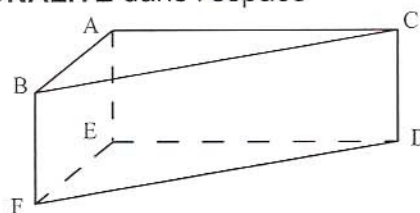
ACTIVITÉS PRÉPARATOIRES	TRACE ÉCRITE
<p><b>Activité :</b> Le professeur prend l'empreinte au tableau de chacune des faces du prisme "en savon" et les fait reproduire sur une feuille volante par les élèves.</p> <p>Après les avoir fait découper, il fait assembler les différentes faces pour fabriquer un prisme droit.</p>	

#### V. AUTRE EXEMPLE DE PRISME ET DE PATRON (prisme à base pentagonale non régulière)



#### VI. PARALLÉLISME et ORTHOGONALITÉ dans l'espace

**Activité** (travailler en même temps sur la maquette et sur la représentation plane)  
Faire observer sur une maquette de prisme et simultanément sur sa représentation plane : des droites parallèles, des droites sécantes, des droites perpendiculaires et des droites qui sont orthogonales.  
Faire aussi observer des plans parallèles et des plans perpendiculaires.



Les droites (AB) et (FE) sont parallèles, de même que les droites (ED) et (AC), et les droites (BC) et (FD).  
Les droites (BF) et (FD) sont perpendiculaires.  
Les droites (FD) et (AE) sont orthogonales.  
Les plans ACB et EDF sont parallèles.  
Le plan de la face ACDE est perpendiculaire au plan de la face EFD.

## VII. VOLUME D'UN PRISME

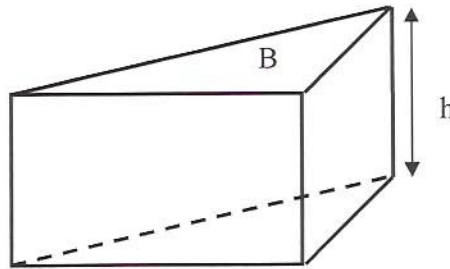
### ACTIVITÉS PRÉPARATOIRES

**Activité :** Calculer le volume d'un pavé droit. Partager ce pavé droit en deux prismes droits de même volume.

Quel est le volume d'un des prismes droits à base triangulaire ?

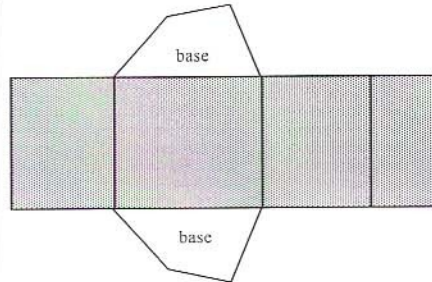
Pour chacun de ces trois prismes, donner une relation entre le volume et l'aire d'une base.

### TRACE ÉCRITE



B l'aire d'une base et h la mesure de la hauteur et V le volume de ce prisme droit. On a :  $V = B \times h$

## VIII. AIRES D'UN PRISME

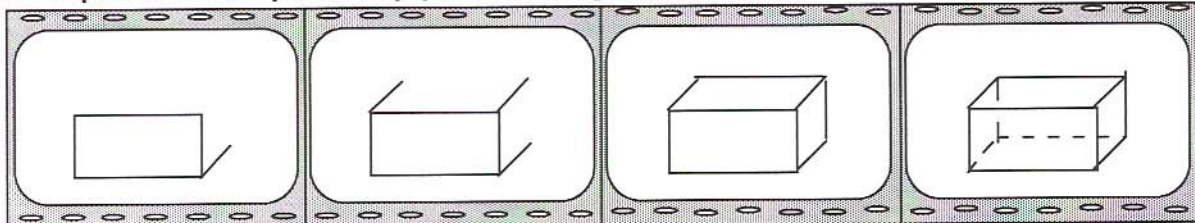


L'aire latérale d'un prisme droit est la somme des aires de ses faces latérales. On peut aussi utiliser la formule :  
Aire latérale du prisme droit = périmètre de base x hauteur du prisme

L'aire totale d'un prisme droit est la somme de son aire latérale et des aires de ses bases.

## IX. FICHES MÉTHODES

### 1. Représenter un parallélépipède rectangle (pavé droit)



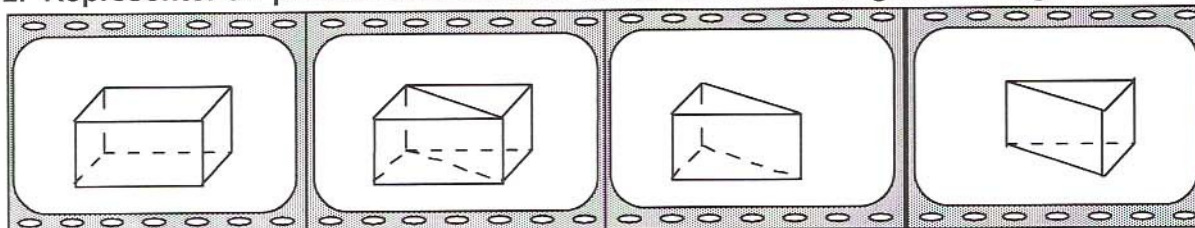
On trace la face avant et une arête

on trace les deux autres arêtes visibles parallèles et de même longueur que la 1ère

On trace les arêtes visibles de la face arrière.

On complète en traçant en pointillés les arêtes cachées

## 2. Représenter un prisme droit dont les bases sont des triangles rectangles

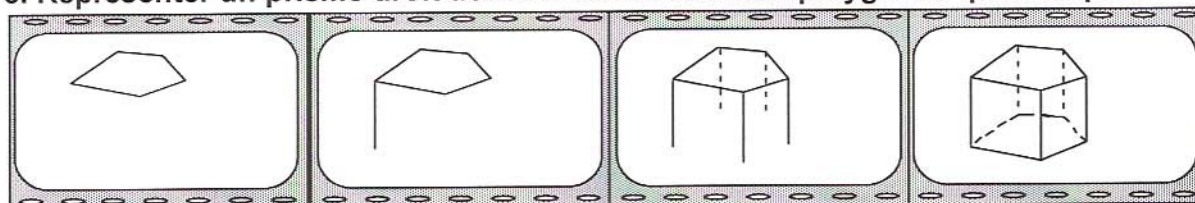


On représente un pavé droit.

On trace deux diagonales "parallèles".

On efface les arêtes superflues pour obtenir une des deux représentations ci-dessus.

## 3. Représenter un prisme droit dont les bases sont des polygones quelconques



*même procédé ...*

## C EXERCICES

### Exercice 1 :

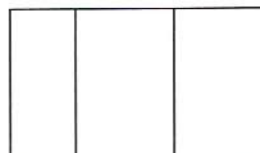
Construis le patron d'un prisme droit dont les bases sont des triangles, dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 6 cm et dont les faces latérales sont des rectangles dont un côté mesure 3 cm.

### Exercice 2 :

Construis le patron d'un prisme dont les bases sont des parallélogrammes.

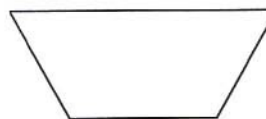
### Exercice 3

La figure ci-dessous représente à l'échelle 1/2 les faces latérales d'un prisme droit. Réalise le patron de ce prisme droit. Construis ce prisme droit.



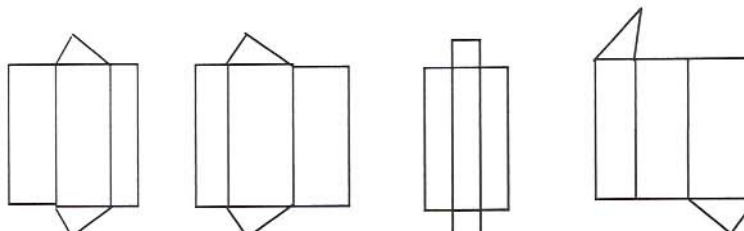
### Exercice 4

Le dessin ci-dessous représente la base d'un prisme droit dont la hauteur mesure 5 cm. Réalise le patron de ce prisme droit.



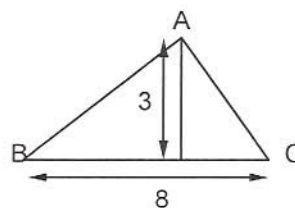
### Exercice 5

Parmi les figures ci-dessous, il y a deux patrons de prisme droit. Retrouve-les.

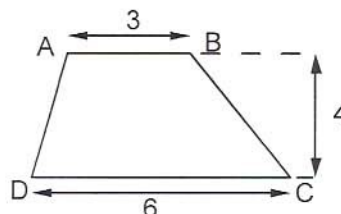


**Exercice 6**

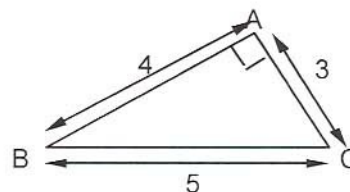
L'unité de longueur est le cm. Un prisme droit a pour base le triangle ABC.  
La hauteur de ce prisme est 5.  
Calcule le volume de ce solide.

**Exercice 7**

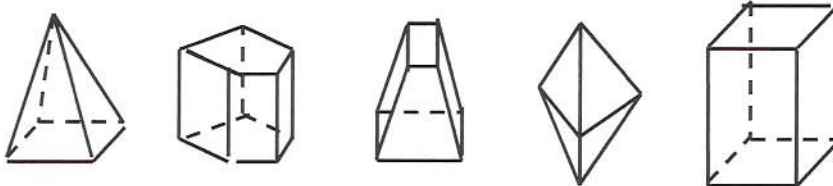
L'unité de mesure est le centimètre. Un prisme droit a pour base le trapèze ABCD.  
La hauteur de ce prisme est 55.  
Calcule le volume de ce solide.

**Exercice 8**

L'unité de longueur est le centimètre. Un prisme droit a pour base le triangle ABC, rectangle en A. La hauteur de ce prisme est 6.  
Calcule l'aire latérale et l'aire totale de ce prisme.

**Exercice 9**

Parmi les solides représentés ci-contre, trois sont des prismes droits. Indique les et justifie tes réponses.

**Exercice 10**

Dessine un patron d'un prisme droit dont les bases sont des carrés de 2,5 cm de côté et dont la hauteur mesure 6 cm.

**Exercice 11**

Dessine un patron d'un prisme droit dont la hauteur mesure 6 cm et dont les bases sont des rectangles de 4 cm de longueur et de 3 cm de largeur.

**Exercice 12**

Dessine un patron d'un prisme droit dont la hauteur mesure 5 cm et dont les bases sont des triangles isocèles dont les côtés ont pour longueur 4 cm ; 4 cm et 2,5 cm.

**Exercice 13**

Dessine un patron d'un prisme droit dont la hauteur mesure 5 cm et dont les bases sont des triangles équilatéraux de 3 cm de côté.

**Exercice 14**

Dessine un patron d'un prisme droit dont la hauteur est 4,5 cm et dont les bases sont des losanges dont les diagonales ont pour longueurs 8 cm et 6 cm.

**Exercice 15**

- a) Un prisme droit a huit faces. Combien de côtés ont chacune de ses bases ?  
Quelle est la nature de ses bases ?
- b) Un prisme droit a dix faces. Combien de côtés ont chacune de ses bases ?  
Quelle est la nature de ses bases ?

**Exercice 16**

- ABCDEFGH est un prisme droit.  
Calcule l'aire totale et le volume de ce prisme droit dans les deux cas suivants :
- ABCDEFGH est un cube d'arête 5,2 cm ;
  - ABCDEFGH est un pavé droit d'arêtes respectives 43 cm ; 8,1 dm et 0,46 m.

**Exercice 17**

- Un prisme droit a pour base un parallélogramme ABCD.  
Les côtés [AB] et [BC] de ce parallélogramme ont pour longueurs respectives 12 cm et 5 cm.  
La hauteur [AH] relative à la base [CD] de ce parallélogramme est 4,6 cm.  
La hauteur du prisme droit est 8 cm.  
Calcule l'aire latérale, puis l'aire totale et le volume de ce prisme droit.

**Exercice 18**

Dans un prisme droit, on désigne sa hauteur par h, l'aire d'une base par A ; son volume par V. Recopie puis complète le tableau ci-contre :	V (en cm <sup>3</sup> )		67,375	79,38
	A (en cm <sup>2</sup> )	6,25		17,64
	h (en cm)	7	5,5	

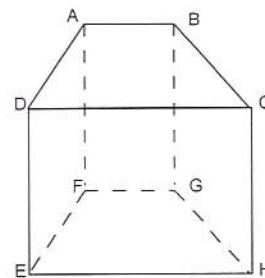
**Exercice 19** (l'unité est le cm)

Dans cet exercice, les solides sont des prismes droits, leurs bases sont des polygones réguliers.  
Recopie, puis complète le tableau ci-contre.

Nombre de côtés d'une base	3	5	6	
Longueur d'un côté d'une base	4,5		3,4	2,7
Hauteur du prisme	6	7,3		4,5
Aire latérale (en cm <sup>2</sup> )		146	112,2	97,2

**Exercice 20 :**

On a représenté ci-dessous un prisme droit dont une base est le trapèze ABCD.  
Nomme deux droites parallèles, deux droites perpendiculaires, deux droites orthogonales, deux plans perpendiculaires, deux plans parallèles.



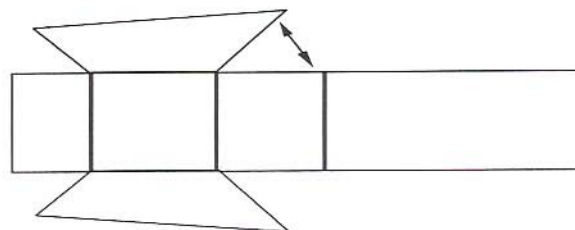
**Exercice 21 :**

Représente un prisme droit dont les bases sont des triangles rectangles.

**EXERCICES D'APPROFONDISSEMENT**

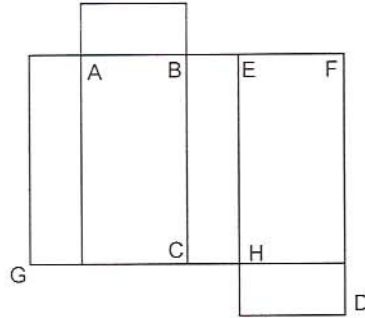
**Exercice 22 :**

La figure ci-dessous représente le patron d'un prisme droit.  
Reproduis cette figure, puis indique par des flèches les côtés qui vont coïncider au collage.



**Exercice 23 :**

La figure ci-dessous représente le patron d'un prisme droit ABCDEFGH. Reproduis cette figure, puis complète ce patron en écrivant, sur chaque face, les noms des sommets aux endroits qui conviennent.

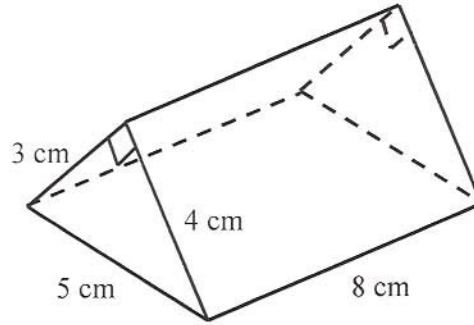


**Exercice 24:**

L'unité est le cm. Calcule pour le prisme droit ci-dessous :

- l'aire d'une base ;
- le périmètre d'une base ;
- l'aire latérale ;
- l'aire totale ;
- le volume.

Dessine un patron de ce prisme.



**Exercice 25 :**

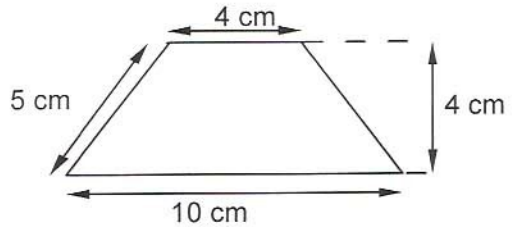
L'une des bases d'un prisme droit est un quadrilatère ABCD dont les côtés [AB] , [BC] , [CD] et [DA] ont pour longueurs respectives 50 mm ; 3,5 cm ; 0,6 dm et 2,5 cm et dont la diagonale [AC] a pour longueur 7 cm. La hauteur de ce prisme droit est 85 mm. Calcule l'aire latérale de ce prisme droit et dessine un patron de ce prisme.

**Exercice 26 :**

L'une des bases d'un prisme droit est un trapèze isocèle dont l'esquisse cotée est proposée ci-dessous.

La hauteur de ce prisme droit est 7,5 cm.

- 1) Calcule l'aire latérale, l'aire totale et le volume de ce prisme droit.
- 2) Construis ce prisme droit après en avoir dessiné un patron.



**EXERCICES CORRIGES**

**Exercice 6 :**

Je calcule le volume de ce prisme

L'aire d'une base est égale à  $\frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$

Le volume V de ce solide est égal au produit de l'aire d'une base par la hauteur de ce prisme donc  $V = 12 \times 5 = 60 \text{ cm}^3$

**Exercice 15**

- a) Un prisme droit qui a 8 faces possède 6 faces latérales, les 2 autres faces étant les bases. Donc chacune de ses bases a 6 cotés. Ses bases sont des hexagones.
- b) Un prisme droit qui a 10 faces possède 8 faces latérales, les 2 autres faces étant les bases. Donc chacune de ses bases a 8 cotés. Ses bases sont des octogones.

**Exercice 18**

Je complète ce tableau :

Je sais que  $V = A \times h$  donc  $A = \frac{V}{h}$  et  $h = \frac{V}{A}$  ; donc j'obtiens :

$V(\text{cm}^3)$	<b>43,75</b>	67,375	79,38
$A(\text{cm}^2)$	6,25	<b>12,25</b>	17,64
$h(\text{cm})$	7	5,5	<b>4,5</b>

**Exercice 24**

Je calcule :

\*L'aire  $\mathcal{B}$  d'une base : chaque base est un triangle rectangle donc

$$\mathcal{B} = \frac{4 \times 3}{2} = 6\text{cm}^2$$

\*Le périmètre d'une base :  $\mathcal{P}$  = somme des côtés donc

$$\mathcal{P} = 3 + 4 + 5 = 12\text{cm}$$

\*L'aire latérale  $\mathcal{A}_L$  = somme des aires des faces latérales qui sont des rectangles donc

$$\mathcal{A}_L = 4 \times 8 + 3 \times 8 + 5 \times 8$$

$$\mathcal{A}_L = 32 + 24 + 40 = 96\text{cm}^2$$

\*L'aire totale  $\mathcal{A}_T = 2 \times \mathcal{B} + \mathcal{A}_L$   
 $= 2 \times 6 + 96 = 108\text{cm}^2$

\*Le volume de ce prisme est

$$V = \mathcal{B} \times h = 6 \times 8 = 48\text{cm}^3$$

\* Le patron de ce prisme est :

