

# Chapitre 7 AIRES

## A. RECOMMANDATIONS

### I. INTRODUCTION GENERALEE

Ce chapitre donnera l'occasion de faire travailler les élèves sur les découpages et les dédoublements de figures pour faire apparaître les formules d'aires des polygones usuels à partir de celle du rectangle.

La formule de l'aire du disque déjà vue à l'élémentaire sera rappelée.

Pour les solides de l'espace, on se limitera aux calculs d'aires d'une face ou d'une base. Les aires latérales ou totales seront étudiées dans le chapitre "Géométrie dans l'espace".

### II. COMPETENCES EXIGIBLES

Calculer l'aire des figures usuelles : carré, rectangle, triangle, trapèze, disque.

Calculer une dimension dans une figure connaissant l'aire de celle-ci et éventuellement une autre dimension.

Connaître et utiliser la propriété sur les aires de figures superposables.

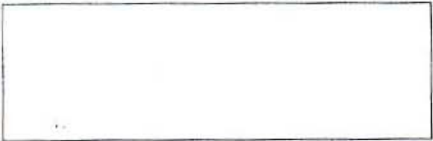
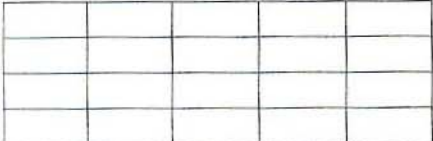
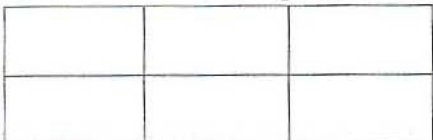
Calculer une aire dans un pavé droit, dans un cube, dans un cylindre droit.

### III PREREQUIS

Unité de surface, table de conversion, distributivité, aire d'un rectangle, propriété de l'alignement de trois points.

## B – COURS

### I SURFACE, AIRE

ACTIVITES PREPARATOIRES	TRACE ECRITE
<p><b>Activité1 :</b></p> <p style="text-align: center;"><b>A</b></p>  <p style="text-align: center;"><b>B</b></p>  <p style="text-align: center;"><b>C</b></p>  <p>Les dessins (B) et (C) sont des reproductions de la surface (A). Donner l'aire de ce rectangle en prenant pour unité d'aire l'aire du rectangle</p> <div style="border: 1px solid black; width: 80px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <p>puis celle du rectangle</p> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 15px; margin-bottom: 5px;"></div>	<p><b>Définition</b></p> <p>L'aire d'une surface est toujours calculée en fonction d'une unité appelée unité d'aire. L'unité d'aire adoptée par la majorité des pays pour faciliter les échanges commerciaux et scientifiques est le mètre carré (<math>m^2</math>).  <math>1m^2</math> est l'aire d'un carré d'un mètre de côté</p> <p>On utilise aussi d'autres unités comme : <math>km^2</math> ; <math>hm^2</math> ; <math>dam^2</math> ; <math>cm^2</math> ; <math>mm^2</math>.</p> <p>En agriculture on utilise souvent l'are et l'hectare.  <math>1a = 100 m^2</math> ; <math>1ha = 10000 m^2</math></p>

## II. CALCUL D'AIRE

### ACTIVITES PREPARATOIRES

#### Activité 2 :

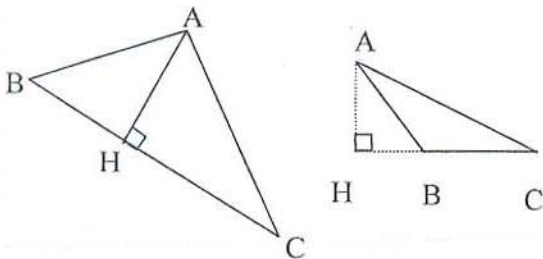
- a) Calcule l'aire d'un champ rectangulaire de 12 m de longueur et de 5 m de largeur.  
 b) On rappelle qu'un carré est un rectangle particulier.  
 Calculer alors l'aire d'un carré de côté  $c$

#### Activité 3 :

Découpe, sur un carton, deux triangles rectangles de mêmes dimensions (3 cm et 4 cm). Fabrique un rectangle à l'aide de ces deux triangles. En appelant  $B$  et  $h$  les dimensions de ce rectangle, donne l'aire de l'un de ces triangles en fonction de  $B$  et  $h$ .

#### Activité 4 :

On considère les triangles suivants. Le point  $H$  représente dans chacun des cas suivants le pied de la hauteur issue de  $A$ .



Dans chacun des cas suivants :

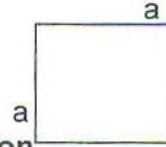
- a) Exprime l'aire du triangle  $ABC$  en fonction de celles de  $ABH$  et  $ACH$  dans chacune des figures.  
 b) En déduire l'aire du triangle  $ABC$  dans chaque cas.

### TRACE ECRITE

#### 1° Aire d'un carré

##### Propriété

L'aire d'un carré de côté de longueur  $a$  est  $a^2$



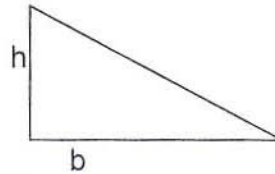
##### Application

Trouve l'aire d'un champ carré de côté  $a = 50$  m. Exprimer cette aire en are .

#### 2) Aire d'un triangle rectangle

##### Propriété :

L'aire d'un triangle rectangle de base  $B$  et de hauteur  $h$  est égale à :  $\mathcal{A} = \frac{1}{2} b \times h$



##### Remarque :

Si on prend pour base l'un des coté de l'angle droit, la hauteur sera l'autre coté de l'angle droit.

##### Application :

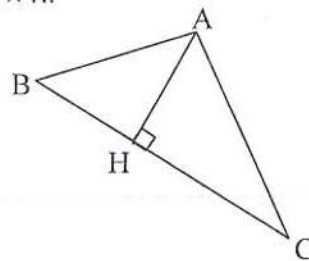
Calculer l'aire d'un triangle rectangle en  $A$  tel que  $AB = 5$  cm et  $AC = 8$  cm.

#### 3) Aire d'un triangle

##### Propriété :

L'aire d'un triangle de base  $b$  et de hauteur  $h$  est égale à :

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} b \times h.$$



**Remarque :**  $BC$  est la base qui correspond à la hauteur  $AH$ .

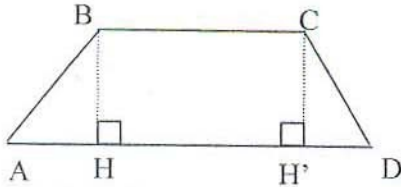
##### Application :

Calcule l'aire d'un triangle de base  $b = 7$  cm et de hauteur  $h = 5$  cm.

**ACTIVITES PREPARATOIRES**

**Activité 5 :**

On considère le trapèze ABCD.  
Les perpendiculaires issues de B et C  
coupent (AD) respectivement en H et  
H'.



a) Calcule l'aire des triangles ABH ;  
CDH' et du rectangle CBHH'

b) En déduire l'aire  $\mathcal{A}$  du trapèze  
ABCD en fonction de ces trois aires.

On posera : AH = a ; HH' = h ; H'D = b ;  
BH = h et on montrera que  
AD = a+b+c et que

$$\mathcal{A} = \frac{BH(BC + AD)}{2}$$

**Activité 6 :**

Calculer l'aire de la surface d'un  
disque de rayon R = 5 cm  
On donnera la valeur exacte et une  
valeur approchée de cet aire en  
prenant  $\pi \approx 3,14$ .

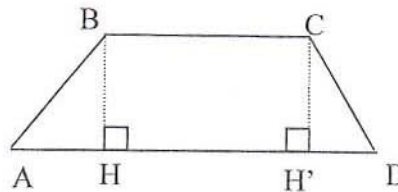
**TRACE ECRITE**

**3) Aire du trapèze**

**Propriété :**

L'aire d'un trapèze de grande base B ; de  
petite base b et de hauteur h est égale à

$$A = \frac{h(b + B)}{2}$$



AD est la grande base B

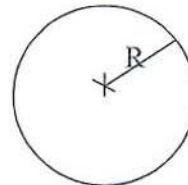
BC est la petite base b

BH = CH' = h est la hauteur

**4) Aire d'un disque**

**Propriété :**

L'aire A d'un disque de rayon R est égale à  
 $\mathcal{A} = \pi R^2$ .



**III CALCUL D'UNE DIMENSION A PARTIR DE L'AIRES**

**Activité 7 :**

Donne la longueur du coté d'un carré  
ayant pour aires respectives :

- a)  $4\text{cm}^2$  b)  $36\text{cm}^2$  ; c)  $25\text{cm}^2$  ;  
d)  $100\text{cm}^2$

**Activité 8 :**

Un rectangle a pour aire  $\mathcal{A}$ , pour  
longueur L et pour largeur l  
Compléter le tableau suivant

$\mathcal{A}$	L	l
24	6	
40		5

**Propriété 1**

Pour déterminer le coté a d'un carré  
connaissant son aire  $\mathcal{A}$  il suffit de chercher le  
nombre a qui, multiplié par lui même donne  
 $\mathcal{A}$

**Exemple**

Le carré dont l'aire est égale à  $49\text{cm}^2$  est un  
carré dont le coté mesure 7cm

**Exercice d'application**

Calculer le côté du carré dont l'aire est égale  
6,25cm

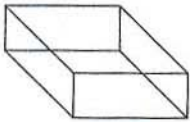
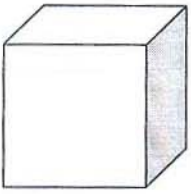
**Propriété 2**


Lorsqu'on connaît l'aire et une dimension  
d'un rectangle on peut en déduire l'autre  
dimension.

$$\text{Longueur} = \frac{\text{Aire}}{\text{largeur}} \text{ et } \text{largeur} = \frac{\text{Aire}}{\text{Longueur}}$$

ACTIVITES PREPARATOIRES	TRACE ECRITE																									
<p><b>Activité 9 :</b> Un triangle a pour base b ; pour hauteur h et pour aire A . Compléter le tableau suivant :</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>b</th> <th>H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>15</td> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>13,5</td> <td></td> <td>9</td> </tr> </tbody> </table> <p><b>Activité 10 :</b> Un trapèze a pour aire A , pour grande base B , pour petite base b et pour hauteur h .Complète le tableau suivant :</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>b</th> <th>H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>18</td> <td>5</td> <td>7</td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>4</td> <td></td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td></td> <td>6</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table> <p><b>Activité 11 :</b> Soit un disque d'aire <math>A = 25 \pi</math> et de rayon R . Calculer R</p>	A	b	H	15	5		13,5		9	A	B	b	H	18	5	7		7	4		2	20		6	5	<p><b>Propriété 3</b> Lorsqu'un triangle a pour aire S , pour hauteur h et pour base b alors on a :</p> $b = \frac{2S}{h} \quad \text{et} \quad h = \frac{2S}{b}$ <p><b>Propriété 4</b> Si on connaît l'aire S , la grande base B , la petite base b et la hauteur h d'un trapèze alors on a :</p> $h = \frac{2S}{B+b} \quad B = \frac{2S}{h} - b \quad b = \frac{2S}{h} - B$ <p><b>Propriété 5</b> Le rayon d'un disque d'aire S est égale au nombre dont le carré est égale à <math>\frac{S}{\pi}</math></p> <p><b>Exemple :</b> Trouve le rayon d'un disque dont l'aire est égale à :</p> <p>a) <math>A = 25 \pi \text{ cm}^2</math>    b) <math>A = 6,25 \pi \text{ cm}^2</math></p>
A	b	H																								
15	5																									
13,5		9																								
A	B	b	H																							
18	5	7																								
7	4		2																							
20		6	5																							

#### IV) CALCUL DE L'AIRES D'UNE FACE (d'un pavé droit ; d' un cube) ; ET D'UNE BASE D' UN CYLINDRE

<p><b>Activité 12 :</b> Donne la nature des faces d'un pavé droit</p>  <p><b>Activité 13 :</b> Donne la nature des 6 faces d'un cube.</p> 	<p><b>Propriété 6</b> Les 6 faces d'un pavé droit sont des rectangles. Par conséquent l'aire de chaque face d'un pavé droit est calculée comme celle d'un rectangle.</p> <p><b>Exemple :</b> Calcule les aires de chaque face d'un pavé droit de longueur 7cm ,de largeur 5cm et de hauteur 3cm</p> <p><b>Propriété 7</b> Les 6 faces d'un cube sont des carrés . Par conséquent les faces d'un cube d'arête a ont des aires égales à celle d'un carré de coté a c'est à dire <math>a^2</math></p> <p><b>Exemple :</b> calculer l'aire des faces d'un cube d'arête 5cm</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ACTIVITES PREPARATOIRES	TRACE ECRITE
<p><b>Activité 14 :</b> Donne la nature des bases d'un cylindre droit .</p> 	<p><b>Propriété 8</b> Les bases d'un cylindre droit sont des disques .par conséquent l'aire de chaque base d'un cylindre droit, de rayon R est égale à <math>A = \pi R^2</math></p> <p><b>Exemple :</b> Donner l'aire d'une base d'un cylindre droit de rayon 3cm On donnera une valeur exacte puis une valeur approchée en prenant <math>\pi \approx 3,14</math></p>

### EXERCICES

#### Exercice 1

Recopie et complète, si possible, le tableau suivant

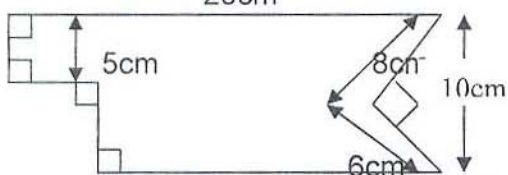
Longueur du rectangle	Largeur du rectangle	Aire du rectangle
15m	12m	
12,3m	90,6m	
	10m	135m <sup>2</sup>
	15m	15a
12dm	110cm	
13m		143m <sup>2</sup>

#### Exercice 2

Construire un rectangle qui a pour aire 6cm<sup>2</sup> et dont un coté mesure 12cm.

#### Exercice 3

Déterminer l'aire de la figure suivante.



#### Exercice 4

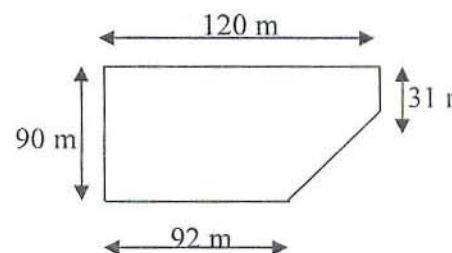
Un rectangle a pour dimensions 10cm et 12cm. On ajoute 1cm à chaque dimension. L'aire a-t-elle augmentée de 1cm<sup>2</sup> ? Justifie ta réponse.

#### Exercice 5

Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse : Si deux rectangles ont la même aire alors ils ont les mêmes dimensions.

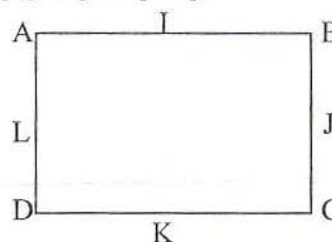
#### Exercice 6

Calcule le prix du terrain représenté ci-dessous sachant que le mètre carré coûte 1500 F.



#### Exercice 7

ABCD est un rectangle .I, J, K, et L sont les milieux respectifs des cotés [AB], [BC], [CD], et [AD].



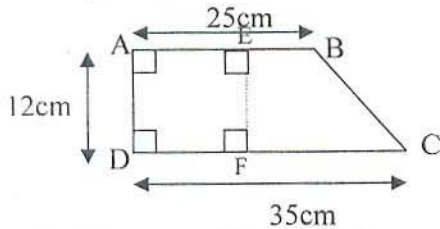
- Quels sont les axes de symétrie de la figure ?
- Quelle est nature du quadrilatère IJKL.
- Si l'on connaît l'aire du rectangle, comment calcule t-on celle IJKL ? Justifier la réponse.

d) Calcule en  $\text{cm}^2$  l'aire de IJKL sachant que :

- 1)  $AB=12\text{cm}$  et  $AD=7\text{cm}$ .
- 2)  $AB=7,5\text{cm}$  et  $AD=3,6\text{cm}$ .

**Exercice 8**

Sur la figure suivante

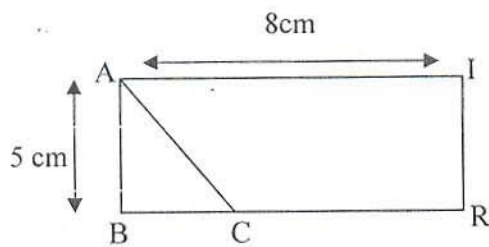


- a) Calculer l'aire du trapèze rectangle ABCD.
- b) Calculer AE dans chacun des cas suivants :
  - 1) L'aire du rectangle AEFD est égale à celle du trapèze EBCF.
  - 2) L'aire du rectangle AEFD est égale au tiers de l'aire du trapèze ABCD.
  - 3) L'aire du rectangle AEFD est égale au tiers de l'aire du trapèze EBCF.

**Exercice 9**

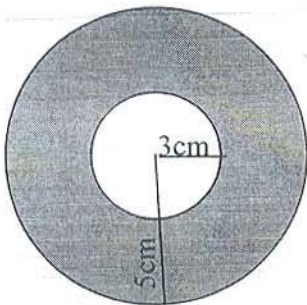
L'aire du triangle ABC représente les 30% de l'aire du rectangle ABRI.

- a) Quelle est l'aire du triangle ABC ?
- a) Quelle est la longueur du segment BC ?



**Exercice10 :**

En considérant le dessin suivant calcule l'aire de la partie grisée .



**Exercice11 :**

a) Quelle est la mesure de l'aire du carré ci contre si on prend pour unité d'aire le petit carré grisé ?



b) Que devient cette mesure si on prend comme unité celle du petit triangle grisé ?

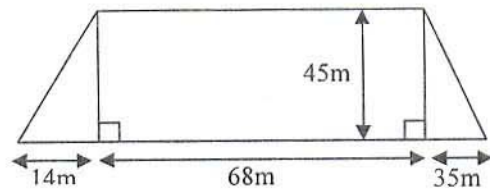
**Exercice12 :**

Quelle(s) unité(s) choisir pour exprimer l'aire :

- du Sénégal ?
- d'une exploitation agricole ?
- d'une pièce dans une maison ?
- d'un terrain de sport ?
- d'un petit carreau d'une feuille quadrillée

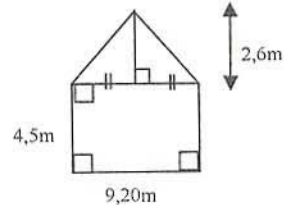
**Exercice 13:**

Calculer en  $\text{m}^2$  puis en ha l'aire du champ ci-dessous



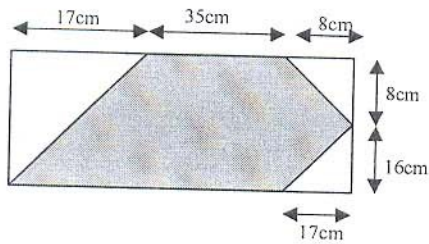
**Exercice14:**

Calcule l'aire de cette figure



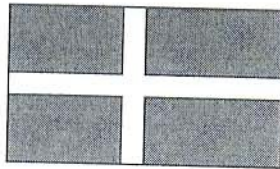
**Exercice 15:**

Calculer l'aire du domaine colorié en considérant le rectangle de base dans lequel s'inscrit la figure.

**Exercice 16:**

Dans un jardin rectangulaire de 45m sur 36m, on a tracé deux allées « en croix » de 3m de large comme l'indique le dessin ci-dessous

Calcule l'aire du domaine « cultivable » colorié sur le dessin

**EXERCICES CORRIGES****Exercice 11 :**

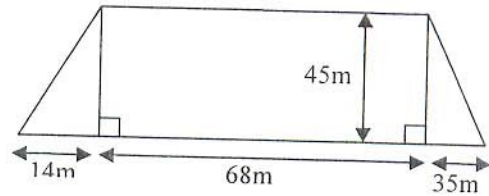
a) Le grand carré peut contenir exactement 4 petits carrés grisés. Comme l'unité d'aire est l'aire du petit carré grisé, l'aire du grand carré est de 4 unités.

b) Le grand carré peut contenir exactement 8 fois le petit triangle grisé. Comme l'aire du petit triangle grisé est l'unité d'aire, l'aire du grand carré est égale à 8 unités.

**Exercice 12 :**

Quelle(s) unité(s) choisir pour exprimer :

- l'aire du Sénégal : le  $\text{km}^2$
- d'une exploitation agricole : l'hectare est l'unité utilisée le plus souvent même si on peut aussi utiliser dans certains cas : le  $\text{km}^2$  ; l'are ou le  $\text{dam}^2$
- d'une pièce dans une maison : le  $\text{m}^2$
- d'un terrain de sport : le  $\text{m}^2$  , ha
- d'un petit carreau d'une feuille quadrillée : le  $\text{mm}^2$  ;

**Exercice 13 :**

Le champ est formé

-d'un rectangle dont l'aire est :  $68 \times 45 \text{ m}^2$

-d'un triangle dont l'aire est :

$$(14 \times 45) / 2 \text{ m}^2$$

-d'un triangle dont l'aire est :

$$(35 \times 45) / 2 \text{ m}^2$$

Donc l'aire du champ est :

$$3060 \text{ m}^2 + 787,5 \text{ m}^2 + 315 \text{ m}^2$$

$$= 4162,5 \text{ m}^2.$$